

SDÜ KALKÜLÜS KOORDİNATÖRLÜĞÜ  
MAT-152 KALKÜLÜS-II FİNAL SORULARI

| Testler(50p) | 11(30p) | 12 (20p) | $\Sigma$ (100p) |
|--------------|---------|----------|-----------------|
|              |         |          |                 |

7 Haziran 2018

AD-SOYAD:

ÖĞRENCİ NUMARASI:

FAKÜLTE ve BÖLÜMÜ:

ÖĞRETİM:

ŞUBE:

İMZA:

- Bu sınav 10 adet çoktan seçmeli ve 2 adet açık uçlu sorudan oluşmaktadır. Çoktan seçmeli soruların her biri 5 puan olup açık uçlu soruların puanları yanlarında yazılıdır.
- UYARI: Açık uçlu sorularda, her çözüm için işlemlerin açık bir şekilde ifade edilmesi gerekir. İşlemsiz sonuçlara puan verilmeyecektir.
- Toplam sınav süresi 75 dakikadır.
- Sınav başladıktan sonra ilk 30 dakika içerisinde sınav salonunu terk etmek yasaktır.
- Hesap makinesi, çağrı cihazı, cep telefonu, telsiz, radyo vb. haberleşme araçlarıyla sınavda girmek yasaktır.
- Çoktan seçmeli sorularda yanlış cevaplar doğrularınızı götürmeyecek olup, her soruda size en yakın gelen cevabı işaretleyebilirsiniz. Cevaplarınızı, bu bölümde verilen kodlama tablosunda işaretleyiniz.
- Sınav evrakındaki, öğrenci numarası, ad-soyad, bölüm ve birim adları, öğretim ve varsa şube isimleri öğrenciler tarafından eksiksiz doldurulmalıdır. Yapılan eksik beyan ve hatalardan öğrenci sorumludur.
- Açık uçlu soruların cevapları, soru sonunda bırakılan boş yere yapılacaktır. Sınav soru evrakı, sınav bitiminde TESLİM edilecektir.
- Öğrencilerin birbirleriyle konuşmaları, kopya çekmeleri veya çekilmesine yardımcı olmaları, birbirlerinden kalem, silgi vb. şeyler alıp vermeleri kesinlikle yasaktır.

Başarılar...

| 1   | 2   | 3   | 4   | 5   | 6   | 7   | 8   | 9   | 10  | Doğru | $\Sigma(50 p.)$ |
|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-------|-----------------|
| (A) | (A) | ■   | (A) | (A) | (A) | ■   | (A) | ■   | (A) |       |                 |
| (B) | ■   | (B) | (B) | (B) | (B) | (B) | (B) | (B) | (B) |       |                 |
| (C) | (C) | (C) | (C) | ■   | (C) | (C) | ■   | (C) | (C) |       |                 |
| ■   | (D) | (D) | ■   | (D) | (D) | (D) | (D) | (D) | (D) |       |                 |
| (E) | (E) | (E) | (E) | (E) | ■   | (E) | (E) | (E) | ■   |       |                 |

|  |   |   |   |  |
|--|---|---|---|--|
|  | × | 5 | = |  |
|--|---|---|---|--|

**Soru 1.**  $y = x^3$  fonksiyonunun  $[-3, 0]$  aralığındaki grafiği ve  $x$ -ekseni tarafından sınırlanan alan aşağıdakilerden hangisidir?

- (A)  $\frac{27}{4}$   
(B) 9  
(C) 12

- (D)  $\frac{81}{4}$   
(E)  $\frac{9}{2}$

**Soru 2.**  $\int_0^5 \frac{1}{x} dx$  has olmayan integralinin değeri aşağıdakilerden hangisidir?

- (A)  $\ln 5$  (B) iraksak (C)  $-\frac{1}{25}$  (D) 25 (E) 1

**Soru 3.**  $\int_0^\pi \sin^3 2t dt$  belirli integralinin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

- (A) 0 (B)  $\frac{1}{2}$  (C) 1 (D)  $\frac{1}{4}$  (E)  $\frac{1}{\sqrt{2}}$

**Soru 4.** Kutupsal koordinatda verilen  $(-6, -\frac{\pi}{3})$  noktasının kartezyen koordinat karşılığı aşağıdakilerden hangisidir?

- (A)  $(3, 3\sqrt{3})$  (B)  $(3\sqrt{3}, -3)$  (C)  $(3\sqrt{3}, 3)$  (D)  $(-3, 3\sqrt{3})$  (E)  $(3, -3\sqrt{3})$

**Soru 5.**  $y = x + 1$ ,  $y = 0$  ve  $x = 3$  denklemlerin grafikleri tarafından sınırlanan bölgenin ağırlık merkezi aşağıdakilerden hangisidir?

- (A)  $(\frac{4}{3}, 1)$  (B)  $(\frac{40}{3}, \frac{32}{3})$  (C)  $(\frac{5}{3}, \frac{4}{3})$  (D)  $(9, 7)$  (E)  $(\frac{7}{3}, \frac{1}{3})$

**Soru 6.**  $y = \frac{2}{3}(x^2 + 1)^{\frac{3}{2}}$  fonksiyonunun  $[1, 4]$  aralığındaki yay (yol) uzunluğu aşağıdakilerden hangisidir?

- (A) 25 (B) 50 (C) 40 (D) 15 (E) 45

**Soru 7.**  $\int xe^{3x} dx$  integralinin değeri aşağıdakilerden hangisidir?

- (A)  $\frac{1}{3}xe^{3x} - \frac{1}{9}e^{3x} + C$  (B)  $\frac{1}{3}xe^{3x} + C$  (C)  $3xe^{3x} + e^{3x} + C$  (D)  $3xe^{3x} + C$  (E)  $\frac{1}{3}e^{3x} + x + C$

**Soru 8.**  $\int (2x + 1)\sqrt{x - 5} dx$  integralinin değeri aşağıdakilerden hangisidir?

- (A)  $\frac{1}{3}(x - 5)^{\frac{3}{2}} + C$  (B)  $\frac{1}{2}(2x + 1)^2(x - 5)^{\frac{1}{2}} + \frac{2}{3}(2x + 1)(x - 5)^{\frac{3}{2}} + C$  (C)  $\frac{4}{5}(x - 5)^{\frac{5}{2}} + \frac{22}{3}(x - 5)^{\frac{3}{2}} + C$  (D)  $\frac{1}{5}(x - 5)^{\frac{5}{2}} + \frac{11}{3}(x - 5)^{\frac{3}{2}} + (x - 5)^{\frac{1}{2}} + C$  (E)  $3(x - 5)^{-\frac{3}{2}} - (x - 5)^{-\frac{1}{2}} + C$

**Soru 9.**  $\int_{-1}^1 \sqrt{4 - x^2} dx$  belirli integralinin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

- (A)  $\frac{2\pi}{3} + \sqrt{3}$  (B)  $\sqrt{3} - 1$  (C)  $2\sqrt{3}$  (D)  $\pi$  (E)  $3 - \frac{\pi}{2}$

**Soru 10.**  $F(x) = \int_2^x (3t^2 - 2t)^6 dt$  ise  $F'(x)$  aşağıdakilerden hangisidir?

- (A)  $\frac{(3x^2 - 2x)^7}{7}$  (B) 0 (C)  $\frac{(3x^2 - 2x)^6}{6} - \frac{8^6}{6}$  (D)  $(6x - 2)(3x^2 - 2x)^5$  (E)  $(3x^2 - 2x)^6$

**Soru 11**

(15 puan) a)  $\int \frac{x-1}{x(x^2+1)} dx$  integralini hesaplayınız.

*Çözüm.*  $\frac{x-1}{x(x^2+1)} = \frac{A}{x} + \frac{Bx+C}{x^2+1}$  şeklinde yazılırsa,

$$\begin{aligned} x-1 &= A(x^2+1) + (Bx+C)x \\ &= (A+B)x^2 + Cx + A \end{aligned}$$

eşitliği elde edilir. Bu eşitlikten

$$A = -1, B = 1 \text{ ve } C = 1 \quad (5 \text{ puan})$$

elde edilir. Böylece,

$$\begin{aligned} \int \frac{x-1}{x(x^2+1)} dx &= -\int \frac{1}{x} dx + \int \frac{x+1}{x^2+1} dx \\ &= -\int \frac{1}{x} dx + \int \frac{x}{x^2+1} dx + \int \frac{1}{x^2+1} dx \\ &= -\ln|x| + \frac{1}{2} \ln(x^2+1) + \arctan x + D \quad (10 \text{ puan}) \end{aligned}$$

olduğu görülür.

**II. Çözüm:**  $\int \frac{x-1}{x(x^2+1)} dx$  için  $x = \tan\theta$  değişken değiştirme yapılırsa  $dx = \sec^2\theta d\theta$  olur (5 puan). Böylece

$$\begin{aligned} \int \frac{x-1}{x(x^2+1)} dx &= \int \frac{\tan\theta - 1}{\tan\theta \sec^2\theta} \sec^2\theta d\theta \\ &= \int (1 - \cot\theta) d\theta \\ &= \theta - \ln|\sin\theta| + C \\ &= \arctan x - \ln\left|\frac{x}{\sqrt{1+x^2}}\right| + C \quad (10 \text{ puan}) \end{aligned}$$

(15 puan) b)  $\int_e^\infty \frac{1}{x(\ln x)^3} dx$  integralini hesaplayınız.

*Çözüm.*

$$\begin{aligned} \int_e^\infty \frac{1}{x(\ln x)^3} dx &= \lim_{t \rightarrow \infty} \int_e^t (\ln x)^{-3} \frac{1}{x} dx \quad (5 \text{ puan}) \\ &= \lim_{t \rightarrow \infty} -\frac{1}{2} (\ln x)^{-2} \Big|_e^t = \lim_{t \rightarrow \infty} \frac{1}{2} - \frac{1}{2(\ln t)^2} = \frac{1}{2} \quad (10 \text{ puan}) \end{aligned}$$

(20 puan) **Soru 12.**  $y = \frac{4}{4+x^2}$ ,  $x = 2$  ve  $y = 0$ 'ın grafikleri tarafından sınırlanan birinci bölgedeki alan,  $x$ -ekseni etrafında döndürülmektedir. Meydana gelen döneel cismin hacmini bulunuz.

*Çözüm.*

$$V = \pi \int_0^2 \left(\frac{4}{4+x^2}\right)^2 dx = \pi \int_0^2 \frac{16}{(4+x^2)^2} dx \quad (5 \text{ puan})$$

integralinde,  $x = 2 \tan \theta$  değişken değiştirmesi yapılırsa  $dx = 2 \sec^2 \theta d\theta$  olur ve sınırlar  $x = 0$  için  $\theta = 0$  ve  $x = 2$  için  $\theta = \frac{\pi}{4}$  dır (5 puan).

Böylece hacim,

$$\begin{aligned} V &= \pi \int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{16}{(4+4 \tan^2 \theta)^2} 2 \sec^2 \theta d\theta \\ &= 2\pi \int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{\sec^2 \theta}{\sec^4 \theta} d\theta \\ &= 2\pi \int_0^{\frac{\pi}{4}} \cos^2 \theta d\theta \quad (5 \text{ puan}) \\ &= \pi \int_0^{\frac{\pi}{4}} (1 + \cos 2\theta) d\theta \\ &= \pi \left( \theta + \frac{1}{2} \sin 2\theta \right) \Big|_0^{\frac{\pi}{4}} \\ &= \pi \left( \frac{\pi}{4} + \frac{1}{2} \right) \quad (5 \text{ puan}) \end{aligned}$$