	SÜLEYMAN DEMİREL ÜNİVERSİTESİ							I. öğretim <input type="radio"/>	
	MÜHENDİSLİK FAKÜLTESİ							II. öğretim <input type="radio"/>	
MAKİNA MÜHENDİSLİĞİ BÖLÜMÜ							A şubesi <input type="radio"/>		
MAKİNA MÜHENDİSLİĞİ BÖLÜMÜ							B şubesi <input type="radio"/>		
MAT 162 SAYISAL ÇÖZÜMLEME	ÖĞRENCİ ADI				NO		İMZA		TARİH
									27.03.2019
SORU/PUAN	1/20	2/20	3/20	4/20	5/20	/	/	/	TOPLAM/100
ALINAN PUAN									

2018-2019 BAHAR DÖNEMİ ARASINAV SORULARI

- Kenarı 1 km, 4 e bölünmüş ve sol alt köşesi orijinde olan bir kare sahanın alanını **determinantla alan bulma yöntemi** ile m^2 olarak hesaplayınız?
- Tozlu bir gazın bir boru içindeki sürtünme katsayısı (x)'in Reynolds (Re) sayısına bağıllığı aşağıdaki ifadeyle verilmektedir. Burada k toz partiküllerinin büyüklüğüne bağlı olup $k = 0.28$ alınabilmektedir. Buna göre $Re=10^5$ için sürtünme katsayısı x 'in değerini %1'den az hata olacak şekilde **Ardışık Yaklaşımlar (Fonksiyonel veya Basit İterasyon) Yöntemi**yle hesaplayınız. Önemli Not: Sürtünme katsayısı $0 < x < 1$ arasında pozitif bir sayı olup çözüme bu aralık içinde herhangi bir yerden başlayabilirsiniz. Ayrıca $\ln(Re) = \ln(10^5) = 11.5129$ alınarak doğrudan kullanılabilir.

$$f(x) = \frac{\ln(Re)}{k} + \frac{\ln(x)}{k} - \frac{5.6}{k} + 14 - \frac{1}{x} = 0$$

- $$\begin{aligned} 7x_1 - 2x_2 - 4x_3 &= 3 \\ -2x_1 + 10x_2 - 5x_3 &= 0 \\ -4x_1 - 5x_2 + 9x_3 &= 2 \end{aligned}$$

Yandaki lineer denklem sistemini **Gauss-Seidel** yöntemi ile 3 iterasyon için çözünüz ve yapılan hataları hesaplayınız. Başlangıç değerlerini $x_i^{(k=0)} = 1$ alınız. Burada $i = 1, 2, 3$ ve k iterasyon numarasıdır. Yaptığımız çözüm için Mutlak Hata (**H**) ve Bağıl Hatayı (**%H**) her x_i için hesaplayınız.

- $y = f(x) = x^3 - 8x^2 + 17x - 9 = 0$ fonksiyonunun reel köklerinden bir tanesini $x = 0$ başlangıç değerini kullanarak **Newton-Raphson (Teğet)** yöntemi ile 5 iterasyon için bulunuz. Elde ettiğiniz çözüm için Mutlak Hata (**H**) ve Bağıl Hatayı (**%H**) hesaplayınız.

- Aralığı Yarıya Bölme Yöntemini** sembolik olarak şekil yardımıyla adım adım izah ediniz?

- 1) TÜM SORU HESAPLAMALARINDA KULLANACAĞINIZ RAKAMLAR İÇİN YUVARLATMA YAPMADAN VİRGÜLDEN SONRA 4 BASAMAK KULLANINIZ.**

Not: Gerekli öz açıklamalar yapılacak ve şekiller de çizilecek! CEVAPLAR

ÇÖZÜM 1)

$$ALAN = \frac{1}{2} \left\{ \left| \begin{array}{ccc|c} 0,5 & 0,5 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \end{array} \right| + \left| \begin{array}{ccc|c} 0,5 & 0,5 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \end{array} \right| + \left| \begin{array}{ccc|c} 0,5 & 0,5 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \end{array} \right| + \left| \begin{array}{ccc|c} 0,5 & 0,5 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{array} \right| \right\} = 1$$

ÇÖZÜM 2)

$$f(x) = \frac{\ln(Re)}{k} + \frac{\ln(x)}{k} - \frac{5.6}{k} + 14 - \frac{1}{x} = 0$$

İçin $x=g(x)$ parçalaması yapılırsa;

$$x = \frac{1}{\left(\frac{(\ln Re + \ln x - 5,6)}{k} + 14\right)} \text{ olur ve iteratif şekilde ifade edilirse;}$$

$$x_{n+1} = \frac{1}{\left(\frac{(11,5129 + \ln x_n - 5,6)}{k} + 14\right)} \text{ yazılır.}$$

$x_0=0,5$ için çözüme başlanırsa;

$$x_1 = \frac{1}{\left(\frac{(11,5129 + \ln x_0 - 5,6)}{k} + 14\right)} = 0,0306$$

$$x_2 = \frac{1}{\left(\frac{(11,5129 + \ln x_1 - 5,6)}{k} + 14\right)} = 0,0441$$

$$x_3 = \frac{1}{\left(\frac{(11,5129 + \ln x_2 - 5,6)}{k} + 14\right)} = 0,0417$$

$$x_4 = \frac{1}{\left(\frac{(11,5129 + \ln x_3 - 5,6)}{k} + 14\right)} = 0,0421$$

$$x_5 = \frac{1}{\left(\frac{(11,5129 + \ln x_4 - 5,6)}{k} + 14\right)} = 0,0420$$

5. iterasyon sonunda bir hata analizi yapılırsa x 'in değerini %1'den az hata olacak şekilde hesaplandığı görülür.

$$H = |x_5 - x_4| = |0,0420 - 0,0421| = 0,0001$$

$$\%H = \left| \frac{x_5 - x_4}{x_5} \right| \cdot 100 = \left| \frac{0,0001}{0,0420} \right| \cdot 100 = \%0,23$$

ÇÖZÜM 3)

$$\mathbf{x}_1^{(k+1)} = \frac{1}{7} [3 + 2\mathbf{x}_2^{(k)} + 4\mathbf{x}_3^{(k)}]$$

$$\mathbf{x}_2^{(k+1)} = \frac{1}{10} [2\mathbf{x}_1^{(k+1)} + 5\mathbf{x}_3^{(k)}]$$

$$\mathbf{x}_3^{(k+1)} = \frac{1}{9} [2 + 4\mathbf{x}_1^{(k+1)} + 5\mathbf{x}_2^{(k+1)}]$$

Başlangıç değerleri ($k=0$) $x_1^{(0)} = x_2^{(0)} = x_3^{(0)} = 1$ şeklinde verilmiş.

1. iterasyon:

$$\mathbf{x}_1^{(1)} = \frac{1}{7} [3 + 2\mathbf{x}_2^{(0)} + 4\mathbf{x}_3^{(0)}] = \frac{1}{7} [3 + 2.1 + 4.1] = 1,2857$$

$$\mathbf{x}_2^{(1)} = \frac{1}{10} [2\mathbf{x}_1^{(1)} + 5\mathbf{x}_3^{(0)}] = \frac{1}{10} [2.(1,2857) + 5.(1)] = 0,7571$$

$$\mathbf{x}_3^{(1)} = \frac{1}{9} [2 + 4\mathbf{x}_1^{(1)} + 5\mathbf{x}_2^{(1)}] = \frac{1}{9} [2 + 4.(1,2857) + 5.(0,7571)] = 1,2143$$

2. iterasyon:

$$\mathbf{x}_1^{(2)} = \frac{1}{7} [3 + 2\mathbf{x}_2^{(1)} + 4\mathbf{x}_3^{(1)}] = \frac{1}{7} [3 + 2.(0,7571) + 4.(1,2143)] = 1,3388$$

$$\mathbf{x}_2^{(2)} = \frac{1}{10} [2\mathbf{x}_1^{(2)} + 5\mathbf{x}_3^{(1)}] = \frac{1}{10} [2.(1,3388) + 5.(1,2143)] = 0,8749$$

$$\mathbf{x}_3^{(2)} = \frac{1}{9} [2 + 4\mathbf{x}_1^{(2)} + 5\mathbf{x}_2^{(2)}] = \frac{1}{9} [2 + 4.(1,3388) + 5.(0,8749)] = 1,3033$$

3. iterasyon:

$$\mathbf{x}_1^{(3)} = \frac{1}{7} [3 + 2\mathbf{x}_2^{(2)} + 4\mathbf{x}_3^{(2)}] = \frac{1}{7} [3 + 2.(0,8749) + 4.(1,3033)] = 1,4233$$

$$\mathbf{x}_2^{(3)} = \frac{1}{10} [2\mathbf{x}_1^{(3)} + 5\mathbf{x}_3^{(2)}] = \frac{1}{10} [2.(1,4233) + 5.(1,3033)] = 0,9363$$

$$\mathbf{x}_3^{(3)} = \frac{1}{9} [2 + 4\mathbf{x}_1^{(3)} + 5\mathbf{x}_2^{(3)}] = \frac{1}{9} [2 + 4.(1,4233) + 5.(0,9363)] = 1,3750$$

Son iterasyon için yapılan hatalar (**H** veya **% H** hesaplanmalı):

\mathbf{x}_1 için;

$$\mathbf{H} = |\mathbf{x}_1^{(3)} - \mathbf{x}_1^{(2)}| = |1,4233 - 1,3388| = 0.0845$$

$$\% \mathbf{H} = \left| \frac{\mathbf{x}_1^{(3)} - \mathbf{x}_1^{(2)}}{\mathbf{x}_1^{(3)}} \right| \cdot 100 = \left| \frac{0.0845}{1,4233} \right| \cdot 100 = \% 5,93$$

\mathbf{x}_2 için;

$$\mathbf{H} = \left| \mathbf{x}_2^{(3)} - \mathbf{x}_2^{(2)} \right| = |0,9363 - 0,8749| = 0,0614$$

$$\% \mathbf{H} = \left| \frac{\mathbf{x}_2^{(3)} - \mathbf{x}_2^{(2)}}{\mathbf{x}_2^{(3)}} \right| \cdot 100 = \left| \frac{0,0614}{0,9363} \right| \cdot 100 = \%6,55$$

\mathbf{x}_3 için;

$$\mathbf{H} = \left| \mathbf{x}_3^{(3)} - \mathbf{x}_3^{(2)} \right| = |1,3750 - 1,3033| = 0,0717$$

$$\% \mathbf{H} = \left| \frac{\mathbf{x}_3^{(3)} - \mathbf{x}_3^{(2)}}{\mathbf{x}_3^{(3)}} \right| \cdot 100 = \left| \frac{0,0717}{1,3750} \right| \cdot 100 = \%5,21$$

ÇÖZÜM 4)

$$f(x) = x^3 - 8x^2 + 17x - 9$$

$$f'(x) = 3x^2 - 16x + 17$$

$$x_{n+1} = x_n - \frac{f(x_n)}{f'(x_n)}$$

$$x_1 = x_0 - \frac{f(x_0)}{f'(x_0)} = 0 - \frac{f(0)}{f'(0)} = 0 - \frac{-9}{17} = 0,5294$$

$$x_2 = x_1 - \frac{f(x_1)}{f'(x_1)} = 0,5294 - \frac{f(0,5294)}{f'(0,5294)} = 0,7529$$

$$x_3 = x_2 - \frac{f(x_2)}{f'(x_2)} = 0,7529 - \frac{f(0,7529)}{f'(0,7529)} = 0,7993$$

$$x_4 = x_3 - \frac{f(x_3)}{f'(x_3)} = 0,7993 - \frac{f(0,7993)}{f'(0,7993)} = 0,8013$$

$$x_5 = x_4 - \frac{f(x_4)}{f'(x_4)} = 0,8013 - \frac{f(0,8013)}{f'(0,8013)} = 0,8013$$

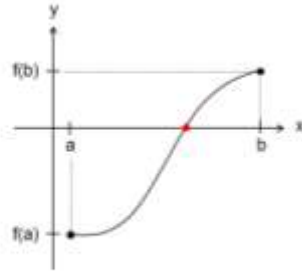
$$\mathbf{H} = \left| \mathbf{x}_5 - \mathbf{x}_4 \right| = |0,8013 - 0,8013| = 0$$

$$\% \mathbf{H} = \left| \frac{\mathbf{x}_5 - \mathbf{x}_4}{\mathbf{x}_5} \right| \cdot 100 = \left| \frac{0}{0,8013} \right| \cdot 100 = \%0$$

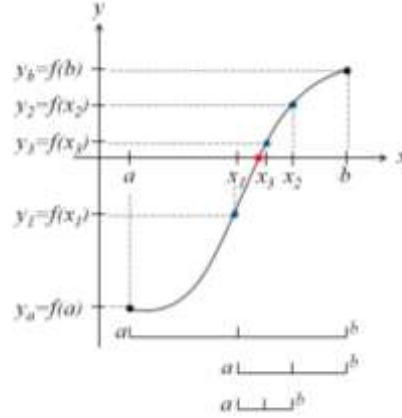
ÇÖZÜM 5)

Yarıya Bölme Yöntemi

- $f(x)$, $[a,b]$ aralığında sürekli
- $f(a)$ ve $f(b)$ zıt işaretli



$[a,b]$ aralığında $f(x)=0$ sağlayan en az bir x vardır.



Uygulanışı

- 1) a ve b seçilip $y_a = f(a)$ ve $y_b = f(b)$ hesaplanır.
- 2) $y_a \cdot y_b < 0$ ise $[a,b]$ aralığında bir kök vardır.
Kök adayı x_n , a ile b nin orta noktasıdır: $x_n = (a + b) / 2$
- 3) x_n , fonksiyonda yazılıp $y_n = f(x_n)$ hesaplanır. Eğer,
 - a) $|y_n| \leq T_1$ veya $|a - b| \leq T_2$ ise aranan kök x_n dir.
İşlem sonlandırılır.
 - b) $y_a \cdot y_n < 0$ ise kök $[a, x_n]$ aralığındadır.
 $b = x_n$, $y_b = y_n$ alınarak 2. adımdan itibaren işlemler tekrarlanır.
 - c) $y_a \cdot y_n > 0$ ise kök $[x_n, b]$ aralığındadır.
 $a = x_n$, $y_a = y_n$ alınarak 2. adımdan itibaren işlemler tekrarlanır.

İşlemin Bitirilişi

- 1) 3a. adımda $|y_n| \leq T_1$ ve $|a - b| \leq T_2$ kriterlerinin herhangi biri veya her ikisi de birlikte kullanılabilir. Bu kriterlerinden herhangi biri veya her ikisi de sağlandığında işlem başarılı olarak bitirilir. Aranan kök x_n dir.
- 2) Tekrar sayısı N_{max} gibi önceden belirlenmiş bir sayıya ulaştığında işlem başarısız olarak bitirilir.