

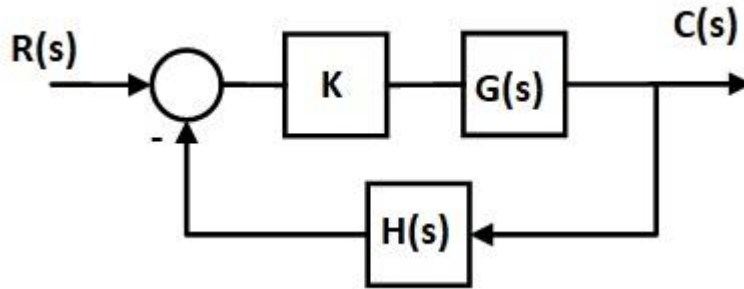
Deney No: 3

Kök Yer Eğrisi Çizimi ve Kullanımı

1. Kök Yer Eğrisi (Root Locus) Grafikleri

Kapalı döngü sistemlerin geçici ve kalıcı durumlarda farklı girişler için gösterdikleri tepki kapalı döngü sisteme ait kutupların s-düzlemindeki yerleri ile yakından ilişkilidir. Eğer kontrol edilen sistem değişken bir kazançla sahipse kapalı döngü sistemin kutupları bu değişkene bağlı olacaktır. Sistemden istenilen geçici ve kalıcı durum performansına göre tasarımcı sistem değişkenini bu istekleri karşılayacak şekilde ayarlamalıdır.

Değişken kazanç değerine göre kapalı döngü sisteme ait kutupların grafik üzerinde gösterilmesi kök yer eğrileri ile sağlanmaktadır. Açık döngü sistemin kutup ve sıfırlarını kullanarak değişken kazançla göre kapalı döngü sistemin kutuplarını s-düzleminde gösterilmesi kök yer eğrisi grafikleri ile sağlanabilmektedir. Bu eğrilerin s-düzleminde çiziliyor olması dizayn aşamasında istenilen geçici ve kalıcı durum performans kriterlerine göre değişkenin istenilen değere ayarlanabilmesini sağlayacaktır.



Şekil 3.1: Bir kontrol sistemi

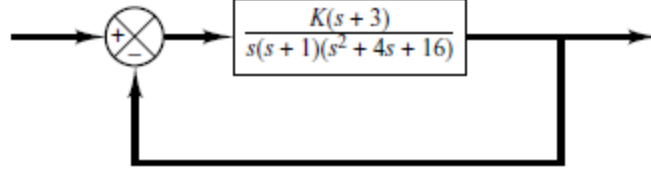
Şekil 3.1’de gösterilen bir kontrol sisteminde K kazancının değişken olduğu ve $0 < K < \infty$ aralığında değerler aldığı belirtilmektedir. Bu durumda kapalı döngü sistemin transfer fonksiyonu,

$$\frac{C(s)}{R(s)} = \frac{KG(s)}{1 + KG(s)H(s)}$$

olur. Ayrıca karakteristik denklem;

$$\Delta(s) = 1 + KG(s)H(s) = 0$$

olarak yazılır. Buradan kapalı döngü sistemin kutuplarının sistemin kazancı olan K ile kontrol edilebileceği açık olarak görülmektedir.

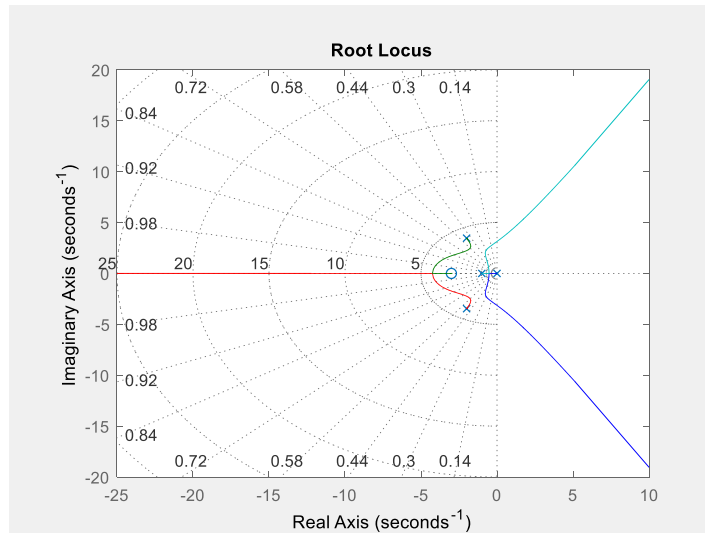


Şekil 3.2: Kontrol sistemi

Şekil 3.2’de gösterilen kontrol sistemi için pozitif K kazançları için kapalı döngü sisteme ait kutupların pozisyonunu gösterien kök yer eğrisi Matlab kullanılarak çizilsin. Bunun için Matlab programı 3.1’de verilen kodu inceleyiniz.

Matlab programı 3-1	Kontrol Sistemine ait root locus grafiğinin çizdirilmesi
<pre> a = [1 1 0]; b = [1 4 16]; den = conv (a,b) den = 1 5 20 16 0 num = [1 3]; rlocus (num,den) grid </pre>	<pre> %Kontrol sisteminin paydası (s^2+s).(s^2+4s+16) çarpımına ait katsayılar conv ile elde edildi. %pay kısmı girildi. %Kök yer eğrisi çizdirildi. </pre>

Şekil 3.2’de gösterilen kontrol sistemine ait kök yer eğrisi şekil 3.3’de verilmiştir.



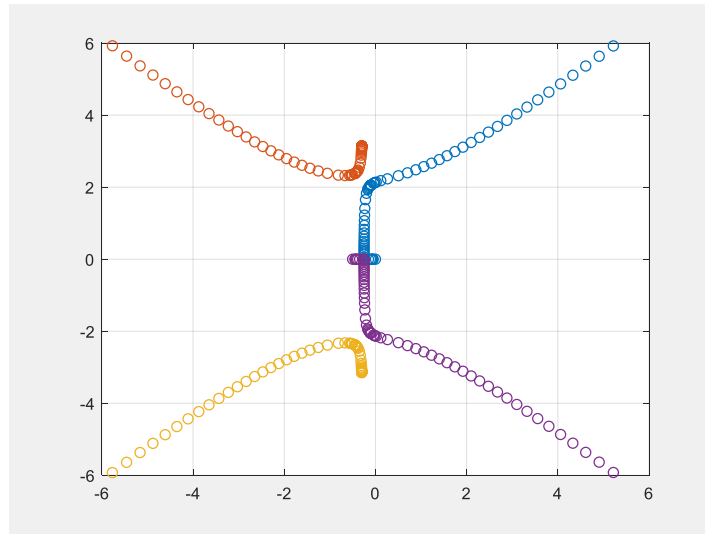
Şekil 3.3: Kontrol sistemine ait kök yer eğrisi grafiği

Kök yer eğrisi çizmek için rlocus komutunun farklı uygulaması aşağıdaki örnekte gösterilmektedir. Döngü transfer fonksiyonunun;

$$KG(s)H(s) = \frac{K}{s(s + 0.5)(s^2 + 0.6s + 10)}$$

olduğu bir sisteme ait kök eğrisi grafiği çizilmek istensin.

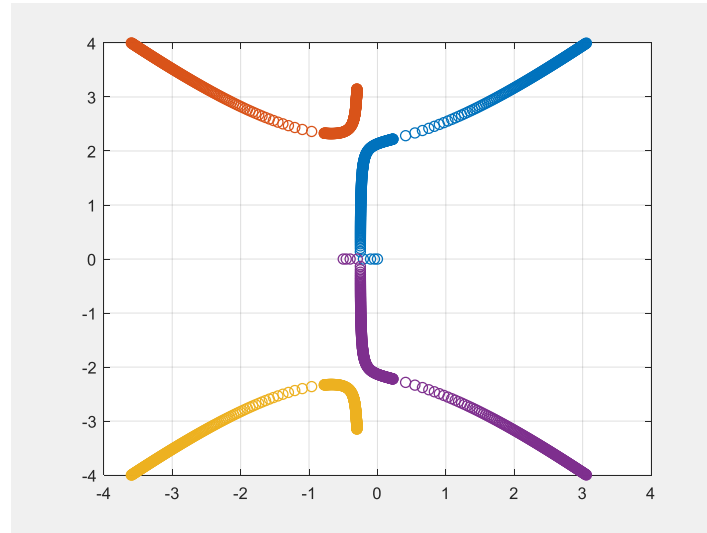
Matlab programı 3-2	Kontrol Sistemine ait root locus grafiğinin çizdirilmesi
<pre>num = [1]; den = [1 1.1 10.3 5 0]; r = rlocus(num,den); plot(r,'o') axis([-6 6 -6 6]), grid</pre>	<p>%Döngü transfer fonksiyonunun pay ve paydası oluşturuldu. Rlocus komutu kullanılarak kapalı döngü sisteme ait kutup noktaları alındı ve daha sonra çizdirildi.</p>



Şekil 3.4: Kapalı döngü sisteme ait kutupların farklı K kazançları için aldığı değerler

K kazancı değiştiğinde kapalı döngü sisteme ait kutup noktalarının değişimi Şekil 3.4'te ayrı ayrı gösterilmektedir. Çizilen grafiğin çözünürlüğünü artırmak için K kazanç artış hızını detaylandırmak istenilen bölgede azaltmak istenebilir. Şekil 3.4'teki grafikte (-0.3, 2.3) ve (-0.3, -2.3) noktaları civarında oluşan dalların birbirine değip değmediği detaylı olarak incelenir. Bu noktalar civarındaki K kazancının artış hızı düşürülerek detaylı bir grafi elde edilebilir.

Matlab programı 3-3	Kontrol Sistemine ait root locus grafiğinin çizdirilmesi
<pre> num = [1]; den = [1 1.1 10.3 5 0]; K1 = 0:0.2:20; K2 = 20:0.1:30; K3 = 30:5:1000; K = [K1 K2 K3]; r = rlocus(num,den,K); plot(r,'o') axis([-4 4 -4 4]), grid </pre>	<p>%Döngü transfer fonksiyonunun pay ve paydası oluşturuldu. Rlocus komutu kullanılarak kapalı döngü sisteme ait kutup noktaları alındı ve daha sonra çizdirildi.</p>

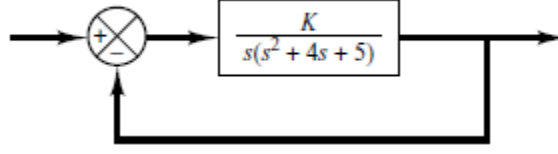


Şekil 3.5: Kapalı döngü sisteme ait kutupların farklı çözünürlükteki K kazançları için aldığı değerler

Şekil 3.5'te elde edilen grafikte kök yer eğrisine ait dalların birbirine değmeden 45'er derecelik asimptotları yönünde sonsuzda bulunan sıfırlarına doğru yöneldikleri gözükmemektedir. K kazancının değer aralığı verilerek o K aralığında kapalı döngü sisteme ait kutupların nasıl değiştiği kök yer eğrisi üzerinde incelenebilir.

Ön Hazırlık Çalışması

1. Şekilde verilen kontrol sistemi için;



- $0 < K < \infty$ arasında değişmesi durumunda kapalı döngü sistemin kutuplarını s-düzleminde grafik üzerinde gösteriniz. Hesaplamalarınızda tüm ayrıntıları gösteriniz.
 - Aynı K aralığı için çizimi Matlab kullanarak yapınız.
 - Sistemin kararlı olduğu bölgeyi grafik üzerinde gösteriniz.
 - Sistemin aşırı sönümlü, kritik sönümlü ve yetersiz sönümlü olduğu bir K değeri belirleyiniz.
 - (d) şıkkında belirlediğiniz K değerleri için kapalı döngü sistemin birim basamak tepkilerini aynı Matlab grafiği üzerinde çiziniz. Bu 3 durum için basamak tepkilerini karşılaştırınız.
2. Karakteristik denklemi $\Delta(s) = s^4 + 4s^3 + 11s^2 + s(14 + K) + (10 + K)$ olan sistem için K kazancının $0 < K < \infty$ arasında değiştiği bilinmektedir.
- İlk olarak sistemi kök yer eğrisi çizilebilecek forma dönüştürünüz. Sistemi birim negatif geribeslemeli blok diyagram olarak gösteriniz.
 - Bulduğunuz açık döngü transfer fonksiyonu için Matlab'da kök yer eğrisini çiziniz.
 - Sistemin kararlı olduğu bölgeyi kök yer eğrisi üzerinde gösteriniz. Sistemi kararlı yapan K aralığını kök yer eğrisi grafiğini kullanarak belirleyiniz.
 - K kazancını aşağıda verilen aralıklar ve çözünürlükleri kullanarak tekrar Matlab kullanarak çiziniz.

Kazanç aralığı	Çözünürlük
$0 < K < 2$	0.1
$2 < K < 5$	0.2
$5 < K < 10$	0.5
$10 < K < 50$	1

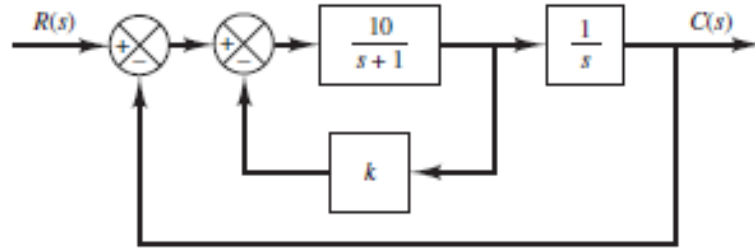
Deney Adımları

1. Şekilde bir kontrol sistemi gösterilmektedir. Burada denetleyici olarak PD tipi bir kontrolcü kullanılmıştır.



Kapalı döngü sistemin sönümlenme katsayısının $\xi = 0.5$ ve doğal frekansının $w_n = 0.5 \text{ rad/sn}$ olması istenmektedir.

- a. Verilen özelliklere göre PD kontrolcünün katsayılarını K_p ve T_d analitik olarak hesaplayınız.
 - b. Bulduğunuz denetleyiciye göre kök yer eğrisi grafiğini Matlab kullanarak çiziniz.
 - c. Çizdiğiniz grafik üzerinde $\xi = 0.5$ ve $w_n = 0.5 \text{ rad/sn}$ olduğu noktayı işaretleyiniz.
 - d. Sistemin kalıcı durum hatasını hesaplayınız.
 - e. Kapalı döngü sistemin basamak tepkisini Matlab kullanarak çiziniz. Geçici durum ve kalıcı durum performans kriterlerinin analizlerini yapınız.
2. Şekilde gösterilen kontrol sistemi ele alınsın.



- a. k kazancının pozitif olduğu durumlar için sistemin kök yer eğrisini Matlab kullanarak çiziniz.
- b. Bu defa k kazancının negatif değerler aldığı düşünülmektedir. Bu durum için kök yer eğrisi grafiğini Matlab kullanarak çiziniz.
- c. Her iki durum için de sistemi kararlı yapan k kazanç değerlerini hesaplayınız.
- d. k kazancının pozitif olduğu durumda sönümlenme katsayısını $\xi = 0.5$ yapan kazanç değerini bulunuz ve kök yer eğrisi üzerinde işaretleyiniz.